



PERBANDINGAN METODE EULER DAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE 4 PADA PROSES PENGISIAN DAN PENGOSONGAN KAPASITOR

Nurhamidah¹, Faizatul Mabruroh¹, Jamiatul Khairunnisa Putri¹, Andi Putra Sairi¹, Annisa Nur Latifah¹

¹Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Ilmu Tarbiyah Dan Keguruan Universitas Islam Negeri Raden Fatah Palembang
Email: nurlatifahannisa044@gmail.com

Abstract

Along with the rapid development of technology and the progress of the times, a modern application with high precision and accuracy is needed and a short processing time. The same goes for physics problems. In numerical calculation, it is necessary to have calculations with good accuracy and precision. Computation and modeling using the runge-kutta method and the euler method in this research article will be used to calculate the process of charging and discharging an RC circuit capacitor which is an exponential function of time. The purpose of this study is to obtain an approximation solution to the RC electrical circuit. Based on the results of the study with values of $E=12V$, $R=800000\text{ ohm}$, $C=500000\text{ farads}$, and $h=0,1$, it was found that: (1) the data generated by charging the capacitor experienced a significant increase in voltage with increasing time for 0-100 iteration, with a time of 0-10 seconds, the runge-kutta method $0-4,76E-11V$ and the euler method $0-4,79E-11V$. (2) it can be seen that the data generated on the discharge of the capacitor is opposite of the capacitor charging process, namely the voltage will decrease over time, the euler method $4,79E-11-7,55E-14V$ and the runge-kutta method $4,79E-11-4,14E-13V$ when the graph of charging capacitor with the runge-kutta method with the euler method is not so see a big difference as well as the discharge of the capacitor by the runge-kutta method by the euler method.

Keywords: *euler, runge-kutta, capacitor charging, capacitor discharge*

Abstrak

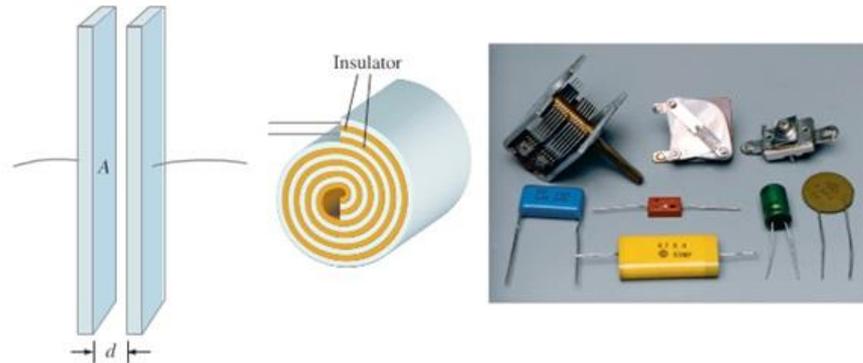
Seiring pesatnya teknologi dan kemajuan zaman, maka diperlukan suatu aplikasi modern dengan ketelitian dan akurasi tinggi serta waktu pengerjaan yang singkat. Begitu pula pada permasalahan fisika. Dalam perhitungan numerik diperlukan adanya perhitungan dengan ketelitian dan akurasi yang cukup baik. Permodelan komputasi dengan menggunakan metode runge-kutta dan metode euler pada artikel penelitian ini akan digunakan untuk menghitung proses pengisian dan pengosongan kapasitor rangkaian RC yang merupakan fungsi eksponensial terhadap waktu. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan solusi aproksimasi pada rangkaian listrik RC. Berdasarkan hasil penelitian dengan nilai $E=12V$, $R=800000\text{ ohm}$, $C=500000\text{ farad}$, dan $h=0,1$ didapatkan: (1) terlihat data yang dihasilkan pada pengisian kapasitor mengalami kenaikan tegangan yang signifikan seiring bertambahnya waktu dari iterasi 0-100 dengan waktu 0-10 sekon, metode runge-kutta $0-4,76E-11V$ dan metode euler $0-4,79E-11V$. (2) terlihat data yang dihasilkan pada pengosongan kapasitor berkebalikan dari proses pengisian kapasitor, yakni tegangan akan semakin berkurang seiring berjalannya waktu, metode euler $4,79E-11-7,55E-14V$ dan metode runge-kutta $4,79E-11-4,14E-13V$.

Kata kunci: *euler, runge-kutta, pengisian kapasitor, pengosongan kapasitor*

Cara Menulis Sitasi: Latifah, A.N., Nurhamidah. (2022). Perbandingan Metode Euler Dan Metode Runge-Kutta Orde 4 Pada Proses Pengisian Dan Pengosongan Kapasitor. *Jurnal Inovasi dan Pembelajaran Fisika*. 9 (2), halaman 185-196.

PENDAHULUAN

Rangkaian listrik merupakan bagian dasar dari semua peralatan elektronik. Rangkaian yang sering kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari adalah rangkaian RC, yakni rangkaian yang terdiri atas kapasitor dan resistor (Sutrisno, 1979). Kapasitor merupakan sistem yang banyak digunakan dalam rangkaian listrik (Giancoli, 2014). Kapasitor adalah alat yang dapat menyimpan muatan listrik, dan normalnya terdiri atas dua benda yang merupakan penghantar (biasanya pelat atau lembaran) yang diletakkan berdekatan tetapi tidak saling menyentuh. Kapasitor banyak digunakan pada rangkaian elektronika dan sering disebut kondensator (Sutrisno, 2017).



Gambar 1. Pelat sejajar, bentuk silinder (pelat sejajar yang digulung), foto beberapa kapasitor yang sebenarnya.

Kapasitor (kondensator) yang dalam rangkaian elektronika dilambangkan dengan huruf “C” adalah suatu alat yang dapat menyimpan/energi muatan listrik dalam medan listrik, dengan cara mengumpulkan ketidakseimbangan internal dari muatan listrik (Khairiah, 2017). Sebuah kapasitor yangbermuatan menyimpan energi listrik dengan memisahkan muatan positif dan negatifnya. Energi yang tersimpan dalam kapasitor akan sama dengan usaha yang dilakukan untuk memberi muatan padanya (Sutrisno, 1979). Kapasitor ditemukan oleh Michael Faraday (1791-1867). Struktur sebuah kapasitor terbuat dari dua buah pelat metal yang dipisahkan oleh suatu bahan dielektrik. Bahan dielektrik yang umum dikenal misalnya udara vakum, keramik, gelas, dan lain-lain (Khairiah, 2017). Jika muatan di lempeng/pelat/keping adalah $+Q$ dan $-Q$, dan V adalah tegangan listrik antar lempeng/pelat/keping, maka rumus kapasitansinya adalah:

$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (1)$$

Dengan:

C = Kapasitansi (Farad)

Q = Jumlah muatan (Coulomb)

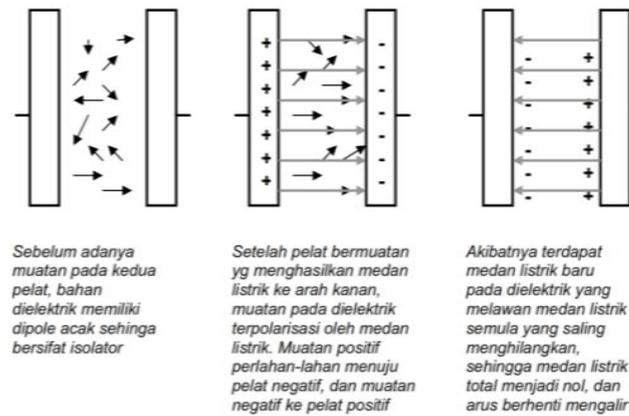
V = Tegangan (Volt)

A = Luas penampang (m^2)

d = Jarak antar pelat (m)

ϵ_0 = Permittivitas ruang hampa ($8,85 \times 10^{-12}$ F/m)

Kapasitansi C adalah seberapa banyak sebuah kapasitor dapat menampung/diisi oleh muatan. Pengisian kapasitor dilakukan dengan cara menghubungkan kapasitor pada sebuah sumber tegangan (baterai) melalui suatu hambatan dalam waktu tertentu (Khairiah, 2017). Efek neto pemberian muatan kapasitor adalah memindahkan muatan dari salah satu pelat dan menambahkannya (Sutrisno, 1979).



Gambar 2. Proses yang terjadi pada kapasitor saat diberikan beda potensial

Berdasarkan Hukum Kirchoff II dapat diturunkan sebagai berikut [3]:

$$E - IR - V_c = 0 \quad : V = \frac{Q}{C} \quad (2)$$

$$E - IR - \frac{Q}{C} = 0 \quad : I = \frac{dQ}{dt} \quad (3)$$

$$E - \frac{dQ}{dt}R - \frac{Q}{C} = 0 \quad ; \times \frac{1}{R} \quad (4)$$

$$\frac{E}{R} - \frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{RC} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{E}{R} - \frac{Q}{RC} \quad (6)$$

Memiliki solusi eksak:

$$Q = CE \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad (7)$$

$$V_c(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad (8)$$

Kapasitor yang sudah terisi dirangkai seperti gambar. Kemudian saklar ditutup, maka kan terjadi proses pengosongan muatan . Proses pengosongan kapasitor dapat terjadi apabila kedua kakinya terhubung baik melalui hambatan maupun tidak. Proses pengosongan akan semakin cepat apabila kedua kakinya dihubungkan secara langsung (Khairiah,2017).

$$I_0 = \frac{V_0}{R} \quad I_0 = \frac{Q_0}{RC} \quad (9)$$

$$-V_{Kapasitor} = I.R \quad (10)$$

$$Q = CE \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad (11)$$

Memiliki solusi eksak:

$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} ; V_c(t) = V_{c0} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (12)$$

Metode Euler:

Berdasarkan Hukum Kirchoff maka pengisian kapasitor dengan metode euler dapat dituliskan:

$$Q_{i+1} = Q_i + (I_0 - \tau Q_i) \Delta t \quad (13)$$

Pada proses pengosongan dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Q_{i+1} = Q_i - \frac{Q_i}{RC} \Delta t \quad (14)$$

Metode Runge-kutta orde 4:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)h \quad (15)$$

$$K_1 = f(X_i, y_i) \quad (16)$$

$$K_2 = f\left(X_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}K_1h\right) \quad (17)$$

$$K_3 = f\left(X_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}K_2h\right) \quad (18)$$

$$K_4 = f(X_i + h, y_i + K_3h) \quad (19)$$

Rangkaian RC dapat dimodelkan dengan persamaan diferensial dengan metode numerik. Metode numerik ini digunakan untuk mendapatkan solusi aproksimasi rangkaian RC. Beberapa metode numerik yang dapat digunakan seperti: metode euler dan metode runge-kutta (Sefan, 2012). Pada penelitian ini akan dijelaskan simulasi rangkaian RC menggunakan metode euler yang akan dibandingkan dengan metode runge-kutta orde 4. Sistem yang digunakan pada penelitian ini adalah dengan menggunakan Microsoft Excel untuk mengetahui proses pengisian dan pengosongan kapasitor pada rangkaian RC.

METODE

Metode Runge-Kutta Orde 4

Saat akan melakukan perhitungan kita harus mencari nilai A dan B dengan rumus:

$$A = \frac{E}{R} \quad B = \frac{1}{RC} \quad (20)$$

Kemudian untuk mencari nilai t dapat dicari menggunakan rumus:

$$t = i \times h$$

Pengisian kapasitor dengan rumus kapasitansi seperti pada persamaan (1):

$$C = \frac{Q}{V} = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \quad (21)$$

Dengan kondisi awal ($t=0$) $\rightarrow Q=0$

Dimisalkan:

$$f(Q_1) = A - BQ_i \quad (22)$$

$$k_1 = hf(Q_i) = (A - Q_i B) \quad (23)$$

$$k_2 = hf\left(Q_i + \frac{k_1}{2}\right) = \left(A - \left(Q_i + \frac{k_1}{2}\right)B\right) \quad (24)$$

$$k_3 = hf\left(Q_i + \frac{k_2}{2}\right) = \left(A - \left(Q_i + \frac{k_2}{2}\right)B\right) \quad (25)$$

$$k_4 = f(Q_i + k_3) = (A - (Q_i + k_3)B) \quad (26)$$

$$Q_{i+1} = Q_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \quad (27)$$

$$V_{i+1} = \frac{Q_{i+1}}{C} \quad (28)$$

Pengosongan Kapasitor:

$$V_c = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad (29)$$

Dengan kondisi awal ($t=0$) $\rightarrow Q=Q_c$

(pada proses pengisian)

Dimisalkan:

$$f(Q_i) = -BQ_i \quad (30)$$

$$k_1 = f(Q_i) = -BQ_i \quad (31)$$

$$k_2 = f\left(Q_i + \frac{k_1}{2}\right) = -B\left(Q_i + \frac{k_1}{2}\right) \quad (32)$$

$$k_3 = f\left(Q_i + \frac{k_2}{2}\right) = -B\left(Q_i + \frac{k_2}{2}\right) \quad (33)$$

$$k_4 = f(Q_i + k_3) = -B(Q_i + k_3) \quad (34)$$

$$Q_{i+1} = Q_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \quad (35)$$

$$V_{i+1} = \frac{Q_{i+1}}{C} \quad (36)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Program yang digunakan dalam percobaan ini adalah Microsoft Excel, dan telah dilakukan perhitungan dengan nilai-nilai variabel seperti berikut:

- **E= 12 Volt ; R=8 × 10⁵ = 800000 ohm ; C=5 × 10⁵ = 500000 Farad ; h=0,1**

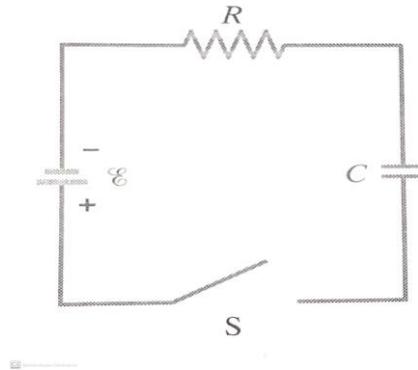
Tabel 1. Hasil perhitungan pengisian kapasitor dengan metode runge-kutta orde 4

i	t	q	q eksak	Vt	Veksak	Error (q)	Error (V)
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,1	1,08008E-06	2,423E+10	2,16016E-12	0,7270432	2,423E+10	0,7270432
2	0,2	2,11155E-06	4,7E+10	4,2231E-12	1,4100372	4,7E+10	1,4100372
3	0,3	3,0966E-06	6,839E+10	6,1932E-12	2,0516506	6,839E+10	2,0516506
4	0,4	4,03732E-06	8,848E+10	8,07464E-12	2,6543906	8,848E+10	2,6543906
5	0,5	4,93571E-06	1,074E+11	9,87141E-12	3,2206125	1,074E+11	3,2206125
...
99	9,9	2,37486E-05	3,992E+11	4,74972E-11	11,975341	3,992E+11	11,975341
100	10	2,37599E-05	3,992E+11	4,75198E-11	11,976835	3,992E+11	11,976835

Tabel 2. Hasil perhitungan pengisian kapasitor dengan metode euler

i	t	q	q eksak	Vt	V eksak	Error (q)	Error (V)
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,1	0,0000015	363521,62	3E-12	0,7270432	363521,62	0,7270432
2	0,2	2,90625E-06	705018,58	5,8125E-12	1,4100372	705018,58	1,4100372
3	0,3	4,22461E-06	1025825,3	8,44922E-12	2,0516506	1025825,3	2,0516506

4	0,4	5,46057E-06	1327195,3	1,09211E-11	2,6543906	1327195,3	2,6543906
5	0,5	6,61929E-06	1610306,2	1,32386E-11	3,2206125	1610306,2	3,2206125
...
99	9,9	2,39597E-05	5987670,3	4,79194E-11	11,975341	5987670,3	11,975341
100	10	2,39622E-05	5988417,3	4,79244E-11	11,976835	5988417,3	11,976835



Gambar 3. Rangkaian RC proses pengisian kapasitor

Pengisian kapasitor dilakukan dengan cara menghubungkan kapasitor pada sebuah sumber tegangan (baterai) melalui suatu hambatan dalam waktu tertentu (Khairiah, 2017). Ketika sakelar S ditutup, arus segera mengalir melalui rangkaian elektron akan mengalir keluar dari terminal negatif baterai melalui resistor R dan terkumpul diatas pelat teratas kapasitor dan elektron akan mengalir ke terminal positif baterai meninggalkan muatan positif dipelat yang lain dari kapasitor tersebut (Giancoli, 2014). Terlihat data yang dihasilkan pada tabel 1 dengan perhitungan menggunakan metode runge-kutta orde 4 untuk iterasi dari 0-100 dengan t dari 0-10 sekon perlakuan pengisian kapasitor didapatkan hasil yang signifikan yakni dengan kenaikan dari 0-4,75E-11 V, artinya kapasitor terisi penuh dengan kapasitansi sebesar $5 \times 10^5 = 500000 \text{ Farad}$. Sedangkan pada tabel 2 dengan perhitungan menggunakan metode euler untuk iterasi 0-100 dengan t dari 0-10 sekon didapatkan hasil yang signifikan yakni kenaikan dari 0-4,79E-11 V, artinya kapasitor terisi penuh dengan kapasitansi sebesar $5 \times 10^5 = 500000 \text{ Farad}$.

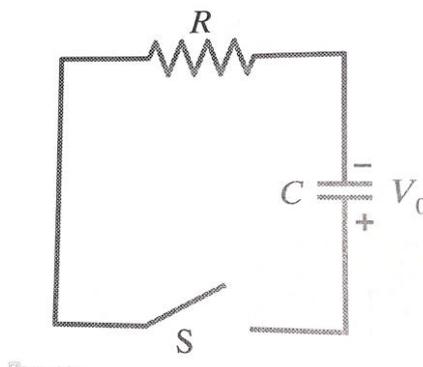
Tabel 3. Hasil perhitungan pengosongan kapasitor dengan metode runge-kutta orde 4

I	t	q	q eksak	Vt	Veksak	Error (q)	Error (V)
0	0	2,40E-05	0,000023953	4,79E-11	0	0,00E+00	4,79E-11
1	0,1	2,28E-05	2,14576E-05	4,57E-11	-2,86E-12	1,38E-06	4,85E-11
2	0,2	2,18E-05	1,92222E-05	4,36E-11	-5,45E-12	2,56E-06	4,90E-11
3	0,3	2,08E-05	1,72197E-05	4,15E-11	-7,79E-12	3,55E-06	4,93E-11

4	0,4	1,98E-05	1,54258E-05	3,96E-11	-9,9E-12	4,38E-06	4,95E-11
5	0,5	1,89E-05	1,38188E-05	3,78E-11	-1,18E-11	5,07E-06	4,96E-11
...
99	9,9	2,17E-07	4,45997E-10	4,34E-13	-2,69E-12	2,17E-07	3,12E-12
100	10	2,07E-07	3,99534E-10	4,14E-13	-2,59E-12	2,07E-07	3,00E-12

Tabel 4. Hasil perhingan pengosongan kapasitor dengan metode euler

i	t	q	q eksak	Vt	Veksak	Error(q)	Error (v)
0	0	2,40E-05	0	4,792E-11	0	2,3962E-05	4,792E-11
1	0,1	2,246E-05	363521,62	4,493E-11	0,727043	363521,623	0,7270432
2	0,2	2,106E-05	705018,58	4,212E-11	1,410037	705018,584	1,4100372
3	0,3	1,974E-05	1025825,3	3,949E-11	2,051651	1025825,29	2,0516506
4	0,4	1,851E-05	1327195,3	3,702E-11	2,654391	1327195,3	2,6543906
5	0,5	1,735E-05	1610306,2	3,471E-11	3,220612	1610306,23	3,2206125
...
99	9,9	4,024E-08	5987670,3	8,048E-14	11,97534	5987670,25	11,975341
100	10	3,773E-08	5988417,3	7,545E-14	11,97683	5988417,28	11,976835



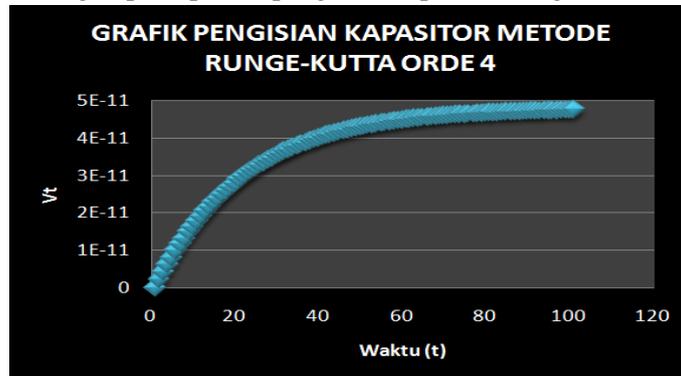
Gambar 4. Rangkaian RC proses pengosongan kapasitor

Kapasitor yang sudah terisi. Kemudian sakelar S ditutup maka akan terjadi proses pengosongan kapasitor (Khairiah, 2017). Jika saklar S ditutup, muatan mulai mengalir melalui resistor R dari suatu sisi kapasitor menuju lainnya, sampai muatan kapasitor terlepas sepenuhnya (Giancoli, 2014). Proses pengosongan kapasitor dapat terjadi apabila kedua kakinya terhubung, baik melalui hambatan maupun tidak. Proses pengosongan akan semakin cepat apabila kedua kakinya dihubungkan secara langsung (Khairiah, 2017). Terlihat seperti pada gambar dibawah ini:

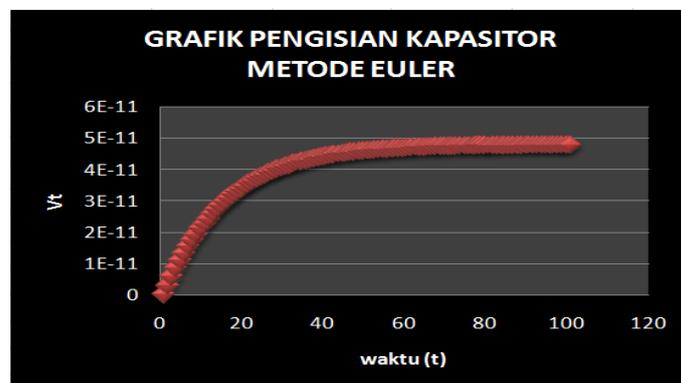
Pada tabel 3 pada proses pengosongan dengan perhitungan menggunakan metode runge kutta 4 terlihat bahwa pada proses pengosongan keterbalikan dengan proses pengisian, tegangan didalam kapasitor semakin menurun dengan bertambahnya waktu. Terlihat data yang didapatkan dari iterasi 0-100 dan waktu (t) 0-10 sekon terlihat tegangan semakin menurun.yang semula pada saat kapasitor dalam kondisi penuh $4,79E-11 - 4,14E-13$ V dengan kapasitansi sebesar $5 \times 10^5 = 500000$ Farad. Sedangkan pada tabel 4 pada proses pengosongan kapasitor dengan perhitungan numerik menggunakan metode euler terlihat pula tegangan semakin menurun seiring bertambahnya waktu yang semula pada saat kapasitor terisi penuh $4,79E-11 - 7,55E-14$ V.

Terlihat pada grafik 1 dan 2, bahwa teori yang digunakan pada metode perhitungan numerik dengan metode runge-kutta orde 4 dan euler adalah benar bahwa pengisian kapasitor dapat terjadi tergantung pada kontinuitas waktu (t) maka kapasitor akan terisi penuh. Hal ini dapat dilihat pada grafik 1 bahwa semakin lama waktu maka semakin bertambah pula tegangannya.

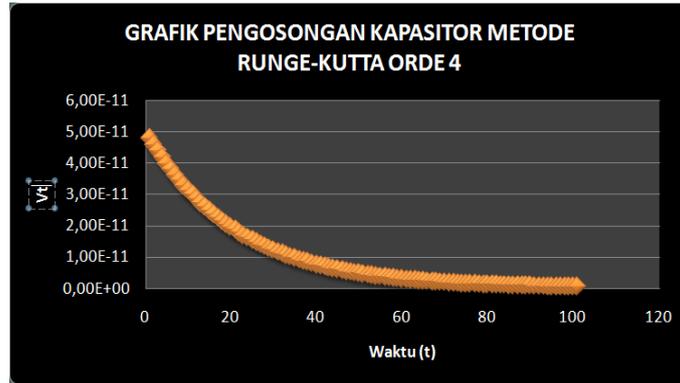
Grafik 1. Hasil perhitungan pada proses pengisian kapasitor dengan metode runge-kutta orde 4



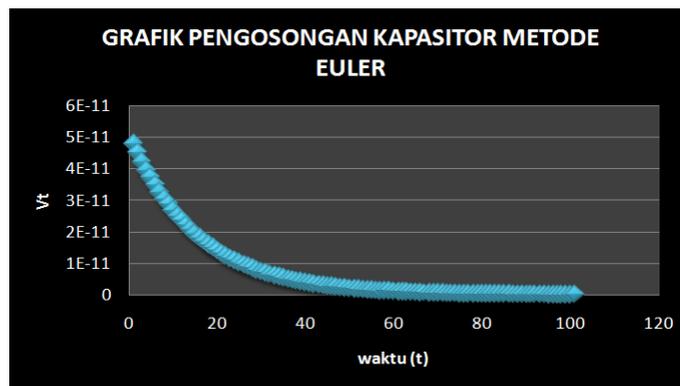
Grafik 2. Hasil perhitungan pada proses pengisian kapasitor dengan metode euler



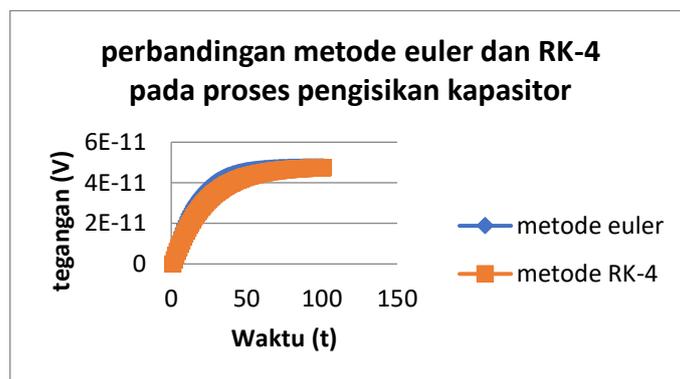
Grafik 3. Hasil perhitungan pada proses pengosongan kapasitor dengan metode runge-kutta orde 4



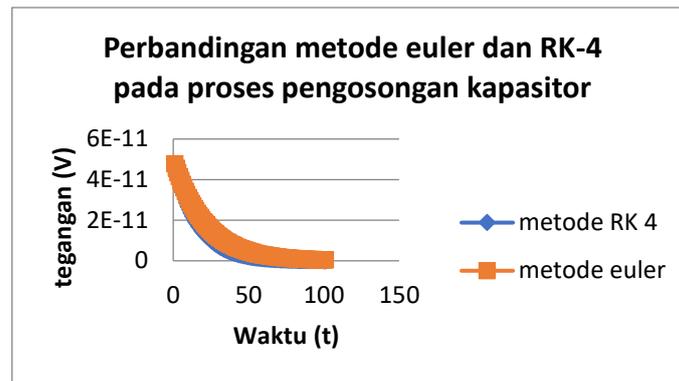
Grafik 4. Hasil perhitungan pada proses pengosongan kapasitor dengan metode euler



Grafik 5. perbandingan proses pengisian kapasitor antara metode euler dengan metode runge-kutta orde 4



Grafik 6. perbandingan proses pengosongan kapasitor antara metode euler dengan metode runge-kutta orde 4



Grafik 7. perbandingan proses pengosongan kapasitor antara metode euler dengan metode runge-kutta orde 4

Dari data-data hasil perhitungan telah terbukti bahwa pengisian dan pengosongan kapasitor merupakan fungsi eksponen yang berhubungan dengan waktu. Dari grafik 5 dan grafik 6 dapat dilihat bahwa perbedaan antara perhitungan metode euler dan runge-kutta orde 4 pada proses pengisian dan pengosongan kapasitor tidak terlalu nampak perbedaan. Dimana metode runge-kutta orde 4 memiliki tingkat ketelitian yang lebih tinggi dibandingkan metode eruler, hal ini dapat dilihat pada proses pengisian kapasitor dengan metode runge-kutta orde 4 pada iterasi ke-1 memiliki nilai galat q sebesar $2,423E+10$ sedangkan pada metode euler memiliki galat sebesar $363521,62$ dan pada iterasi ke-100 metode runge-kutta orde 4 memiliki nilai galat q sebesar $3,992E+11$ sedangkan pada metode euler sebesar $5988417,3$. Selain itu hal ini juga dapat dilihat pada galat V pengisian kapasitor, dimana pada metode runge-kutta orde 4 pada saat iterasi ke-1 memiliki galat sebesar $0,7270432$ pada metode euler memiliki galat yang sama seperti pada metode euler sampai pada iterasi ke-100. Selain itu, tingkat ketelitian metode runge-kutta ini dapat dilihat pada proses pengosongan kapasitor, pada iterasi ke-1 dengan metode runge-kutta orde 4 memiliki galat q sebesar $1,38E-6$ sedangkan metode euler sebesar $5988417,28$ dan pada iterasi ke-100 metode runge-kutta orde 4 memiliki nilai galat q sebesar $2,07E-07$ sedangkan pada metode euler sebesar $5987670,25$. Selain itu, hal ini dapat dilihat pada galat V dengan metode runge-kutta orde 4 iterasi ke-1 memiliki nilai galat sebesar $4,85E-11$ sedangkan pada metode euler sebesar $0,7270432$, dan pada iterasi ke-100 metode runge-kutta orde 4 memiliki galat sebesar $3,00E-12$ sedangkan metode euler sebesar $11,976835$.

KESIMPULAN

Dalam penelitian ini kami telah mempelajari sistem rangkaian RC. Kesimpulan dari penelitian ini, bahwa benar teori yang digunakan pada metode runge-kutta orde 4 dan metode euler adalah benar bahwa proses pengisian dan pengosongan kapasitor terhadap waktu (t) maka kapasitor akan terisi penuh/maksimal. Hal ini dapat dilihat dari hasil perhitungan yang telah dilakukan, pada proses pengisian kapasitor baik dengan metode runge-kutta orde 4 maupun euler bahwa semakin lama waktu maka semakin bertambah tegangan yang ditampung oleh kapasitor, pada proses pengosongan kapasitor baik dengan metode runge-kutta orde 4 maupun metode euler semakin seiringnya waktu berjalan maka semakin rendah tegangan kapasitor. Waktu proses pengisian dan pengosongan kapasitor juga dipengaruhi oleh beberapa variabel yakni variabel E , C , dan R . Penelitian ini menunjukkan bahwa proses pengisian dan pengosongan kapasitor terutama pada rangkaian RC dapat dihitung secara numerik dengan menggunakan metode euler dan metode runge-kutta orde 4, dan menunjukkan bahwa metode runge-kutta orde 4 memiliki tingkat ketelitian yang lebih tinggi dibandingkan dengan metode euler. Dengan menggunakan program microsoft excel dengan fasilitas komputasi matematika dasar sangat efektif dalam proses analisis persamaan dan penyelesaian persamaan diferensial. Penerapan solusi numerik pada komputer dapat membantu permodelan komputasi dan grafik yang mudah untuk dipahami serta sangat baik sebagai instrumen laboratorium *open source* dengan biaya rendah.

DAFTAR PUSTAKA

Sutrisno, & Tan Ik Gie, Fisika Dasar, ITB, Bandung, 1979, 147.

Giancoli Douglas C., Fisika, Edisi Tujuh, Erlangga, Jakarta, 2014.

Khairiah, "Pemodelan Komputasi Dengan Metode Runge Kutta Orde 4 Untuk Menghitung Proses Pengisian Dan Pengosongan Kapasitor", *J. Penelitian Pendidikan MIPA* vol. 2, no. 1, 2017.

J. Saefan, "Jawaban Analitik Sebagai Validasi Jawaban Numerik Pada Mata Kuliah Fisika Komputasi", *J. Media Penelitian Pendidikan*, 2012.

W.S. Mada Sanjaya, D. Anggraeni, A. Sambas, & R. Denya, "Numerical Method and Laboratory Experiment of RC Circuit Using Raspberry Pi Microprocessor and Python Interface", *J. of Physics: Conference Serie*, 2015.